



Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2024–2025

Fullt nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Hófst þú nám í framhaldsskóla árið 2023 eða fyrr?

Já (*Efra stig*) Nei (*Neðra stig*)

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

Pau sem hófu nám í framhaldsskóla árið 2023 eða fyrr teljast til *efra stigs*. Önnur teljast til *neðra stigs*. Efstu nemendur á hvoru stigi fyrir sig komast áfram í lokakeppni.

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Þetta er **ekki próf**. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn. Uppkast á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Myndir sem fylgja sumum dæmum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, hringfari og reglustika. **Notkun reiknivéla og síma er óheimil.**

Fyrsti hluti (30 stig)

Í þessum hluta eru tíu dæmi. Merkið við í mesta lagi einn svarkost. Rétt svar gefur þrjú en eitt stig er dregið frá fyrir rangt. Það er nákvæmlega eitt rétt svar.

1. Í skúffu Margeirs eru 4 rauðir sokkar, 6 bláir sokkar og 5 hvítir sokkar. Tveir sokkar af sama lit mynda par. Hvað þarf hann að grípa marga sokka í blindni til að vera viss um að hafa náð pari?

2 3 4 5

2. Jón kaupir stílabækur fyrir námsönnina. Hægt er að kaupa eina stílabók á 300 kr., tvær á 500 kr. eða þrjár á 720 kr. Hann vantar 10 stílabækur og vill ekki kaupa fleiri en það. Hvað kostar það hann í minnsta lagi?

2400 kr. 2420 kr. 2440 kr. 2460 kr.

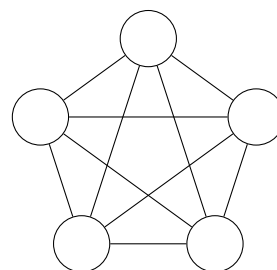
3. Hrefna kastar 20 hliða teningi með tölunum $1, 2, \dots, 20$ á hliðunum og Magni kastar 6 hliða teningi með tölunum $1, 2, \dots, 6$ á hliðunum. Allar tölur á hverjum teningi eru jafn líklegar og köstin eru óháð hvoru öðru. Hverjar eru líkurnar á að þau fái sömu niðurstöðu?

1/120 1/20 1/6 1/2

4. Meðalhæð í bekk með 19 nemendum er 160cm. Svo bætist nýr nemandi í bekkinn, hann Stórólfur, sem er 200cm á hæð. Hver er nýja meðalhæð bekkisins?

158cm 160cm 162cm 164cm

5. Lita skal öll strikin á myndinni þannig að það verði engir einlita þríhyrningar með hringina sem hornpunkta. Hver er fæsti fjöldi lita sem við þurfum í það?



1 2 3 4

6. Heiltölurnar m, n eru báðar oddatölur. Hver eftirfarandi talna er oddatala?

$m + n$

$(m + 1)n$

$m(n + 1)$

mn

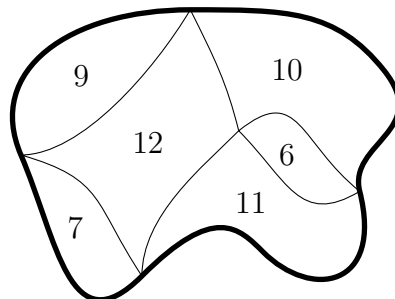
7. Á myndinni hér til hægri er kort af lystigarðinum í Jónsborg. Talan innan í hverju svæði sýnir hve margar mínútur Þorkell er að ganga í kringum um það. Hve margar mínútur er Þorkell að ganga umhverfis allan garðinn, það er breiðu leiðina?

17

18

19

20



8. Í tilteknum menntaskóla skrá sig allir í þýsku, frönsku eða bæði. Einn níundi þýskunemenda er einnig í frönsku, og einn sjöundi frönskunemenda er einnig í þýsku. Hversu hátt hlutfall allra nemenda er í þýsku?

$1/2$

$9/16$

$3/5$

$7/9$

9. Hver er afgangurinn þegar 11 er deilt upp í $10^{10} + 1$?

0

2

5

7

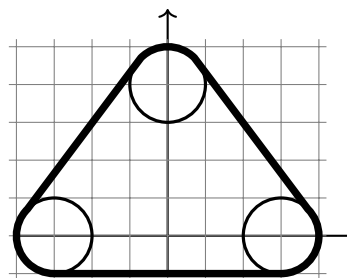
10. Utan um hringina þrjá hér til hliðar er búið að strekkja gúmmíteygju. Hringirnir hafa allir geisla af lengd 1 og miðjur $(-3, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 4)$. Hver er lengd teygjunnar?

12π

$12 + 2\pi$

16π

$16 + 2\pi$



Annar hluti (30 stig)

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki útskýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

Öll svör í þessum hluta eru jákvæðar heiltölur minni en 10.000.

11. 100 manns mæta á ráðstefnu, 50 þeirra tala íslensku, 50 þeirra ensku og 50 þeirra dönsku. Allir þeirra tala að minnsta kosti eitt tungumálanna. Hver er hámarksfjöldi einstaklinga sem tala aðeins eitt tungumálanna?

Svar: _____

12. Rita má $\frac{2025}{2024} - \frac{2024}{2025}$ sem fullstytt brot p/q . Hvert er gildi p ?

Svar: _____

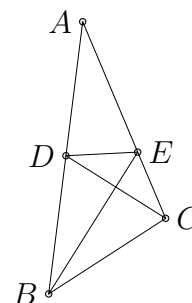
13. Ólafur ódauðlegi fæddist 1. janúar 2002 og mun aldrei deyja. Á afmæli sínu árið 2003 var hann eins árs og þá deildi aldur hans ártalinu, það er $2003/1$ er heiltala. Hversu oft mun það gerast að aldur Ólafs í árum deili ártalinu?

Svar: _____

14. Þekkingarfræðingarnir Eydís og Sigvaldi eru hvor um sig með tölu á enni sínu og sitja hvort á móti öðru. Þau sjá ekki eigin tölu en sjá hina og vita bæði að tölurnar séu jákvæðar heiltölur. Saga sannsögla segir þeim að summa talnanna eða margfeldi talanna sé 50. Eydís segir við Sigvalda: „Ég veit ekki hvaða tala er á enni mínu“. Þá svarar hann: „Ekki ég heldur“. Hvaða tala er á enni Eydísar?

Svar: _____

15. Gefnir eru fimm punktar, A , B , C , D og E . Punktur D liggur á strikinu frá A til B og punktur E á strikinu frá A til C . Stærð horns $\angle BAC$ er 30° , stærð horns $\angle ABC$ er 50° , stærð horns $\angle ACD$ er 35° og stærð horns $\angle AED$ er 70° . Hve margar gráður er stærð horns $\angle BED$?



Svar: _____

Þriðji hluti (40 stig)

Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. **Hér ber að rökstyðja svörin.** Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

Dæmi 16

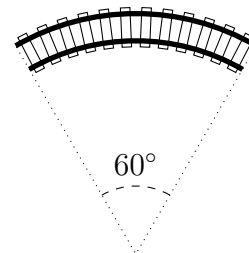
Gefnar eru fjórar rauntölur $a, b, c, d \geq 0$. Vitað er að $a + b = c + d$ og að $ac = bd$. Sýnið að $a = d$.

Dæmi 17

Hvað hefur jafnan $x^2 = 2024 + y^2$ margar lausnir þar sem x og y eru jákvæðar heiltölur? *Ábending:* Skoðið $x = 45$.

Dæmi 18

Brynjar á leikfangalest og dundar sér oft við að leggja brautir fyrir lestina. Hann á eina gerð af brautarbút sem er 60° hringbogi sem má snúa hvort sem er til hægri eða vinstri. Sporin mega ekki liggja yfir hvoru öðru. Allir bútairnir eru jafnstórir. Hann notar n búta til að leggja braut sem er lokaður ferill þannig að lestin geti farið eftir henni hring eftir hring. Finnið öll n þannig að þetta sé hægt.



Dæmi 19

Jörmunrekur er að stafa möppum með rétthyrndum kili í hornréttu hillu hjá sýslumanni. Hillan er 184 mm á hæð, en möppurnar eru því miður 200 mm á hæð. Því komast þær ekki uppréttar í hilluna og þarf hann að raða þeim öllum á ská (sjá mynd). Hver mappa er 40 mm á þykkt og hillan er 852 mm á lengd. Hvað komast margar möppur í hilluna með þessum hætti? Gera má ráð fyrir að hillan sé mátulega djúp fyrir möppurnar.

