

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2009-2010 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

| | |
|------|--|
| I | |
| II | |
| III | |
| 21 | |
| 22 | |
| Alls | |

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

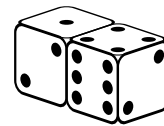
Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Við keyptum m blýanta á samtals n krónur og n blýanta á samtals m krónur. Hvert var meðalverð á blýant?

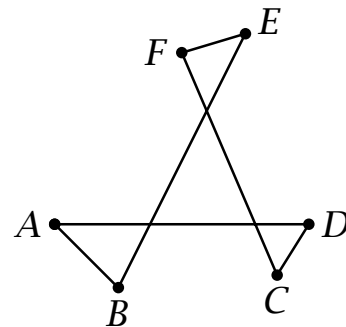
1 $\frac{m+n}{2}$ $\frac{2mn}{2}$ $\frac{m^2n^2}{2}$

2. Hver er heildarfjöldi augnanna á þeim sjö hliðum teninganna sem sjást ekki?



15 17 21 27

3. Summa hornanna sem merkt eru A , B , C , D , E og F er

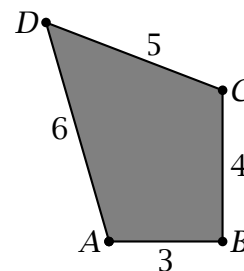


180° 270° 360° 450°

4. Anna, Benni og Sunna eiga saman 30 bolta. Ef Benni gefur Sunnu 5 bolta, Sunna gefur Önnu 4 og Anna gefur Benna 2 eiga öll börnin jafn marga bolta. Hvað átti Anna marga bolta í upphafi?

8 9 11 13

5. Gefinn er ferhyrningur $ABCD$ þar sem $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 5$, $DA = 6$ og $\angle ABC = 90^\circ$. Hvert er flatarmál ferhyrningsins $ABCD$?



16 18 20 $6 + 5\sqrt{11}$

6. Í miðri kennslustund stendur kennarinn við töfluna og snýr baki í nemendur. Þá kemur skutla fljúgandi frá öftustu röð. Kennarinn snýr sér fokvondur að þeim fjórum sem sitja aftast og spyr: „Hver henti skutlunni?“

Addi segir: „Það var Einsí“

Einsi segir: „Það var ekki ég“

Frikki segir: „Það var ekki ég“

Gunni segir: „Það var ekki Frikki“.

Aðeins einn strákanna segir satt. Hver þeirra er sá eini sem segir satt?

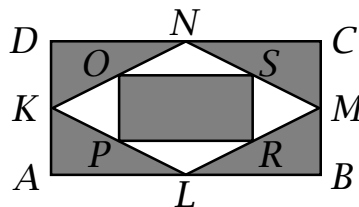
Addi

Einsí

Frikki

Gunni

7. Á myndinni til hægri eru K , L , M , N miðpunkt-
ar hliða rétthyrningsins $ABCD$ og O , P , R , S eru
miðpunkt-
ar hliða tígulsins $KLMN$. Hvert er hlut-
fall flatarmáls skyggða svæðisins og flatarmáls rétt-
hyrningsins $ABCD$?



$\frac{2}{3}$

$\frac{5}{6}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{5}{7}$

8. Hver eftirfarandi talna er stærst?

$\frac{6}{7}$

$\frac{55}{66}$

$\frac{444}{555}$

$\frac{3333}{4444}$

9. Vara nokkur kostaði 500 krónur. Nú hefur hún hækkað um 2009%. Hvað kostar varan nú?

kr. 9545

kr. 10045

kr. 10095

kr. 10545

10. m og n eru jákvæðar heiltölur þannig að $m \cdot n = 40\,000$. Ef hvorug talnanna er deilanleg með 10 hver er summan $m + n$?

650

660

689

691

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

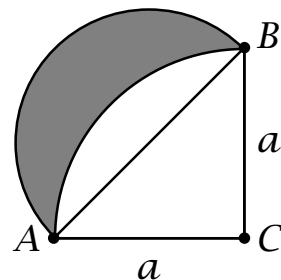
11. Adda er með poka sem í eru 7 bláar kúlur, 4 hvítar og 3 rauðar. Hversu margar kúlur, að lágmarki, þarf hún að veiða upp úr pokanum til að vera viss um að hafa örugglega minnst eina kúlu í hverjum lit, ef hún er með lokuð augun á meðan hún veiðir?

3 4 8 11 12

12. Allir Marsbúar hafa einn, tvo eða þrjá fálmara. Nákvæmlega 1% fjöldans hefur þrjá fálmara, nákvæmlega 97% hafa tvo fálmara, en afgangurinn hefur einn fálmara. Hvert er hlutfall þeirra Marsbúa sem hafa fleiri fálmara en Marsbúar hafa að meðaltali?

1% 3% 50% 98% 99%

13. Jafnarma rétthyrndur þríhyrningur ABC hefur skammhliðar af lengd a . Hornið C er rétt. Fjórðungur úr hring með miðju C og geisla a er dreginn frá A til B . Hálfhringur með miðstreng AB er einnig dreginn frá A til B . Hvert er flatarmál skyggða svæðisins sem hringbogarnir tveir afmarka?



$\frac{a^2}{8}$ $\frac{\pi a^2}{4}$ $\frac{a^2}{4}$ $\frac{\sqrt{\pi} a^2}{4}$ $\frac{a^2}{2}$

14. Maður nokkur er staddur á sléttu torgi þar sem eina ljósið kemur frá ljósastaur á miðju torginu. Hæð mannsins er 180 cm og hann stendur í 150 cm fjarlægð frá ljósastaurnum. Hversu langur er skuggi mannsins ef ljósaperan í ljósastaurnum er í 480 cm hæð?

70 cm 80 cm 90 cm 100 cm 120 cm

15. Hversu stórt er hornið milli stóra og litla vísis á klukku þegar klukkan er 18 mínútur yfir fjögur?

12° 15° 18° 21° 24°

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Ferningur F er samansettur úr 18 ferningum og þar af hafa 17 þeirra hliðarlengd 1. Hvert er flatarmál ferningsins F ?

Svar: _____

17. 17. júní árið 2345 verður mikill hátíðar- og merkisdagur. Dagsetninguna má skrifa:

17 06 2345

þ.e.a.s. með átta tölustöfum sem allir eru mismunandi. Hvenær var síðast slíkur dagur, sem á þennan hátt má skrifa með átta mismunandi tölustöfum?

Svar: _____

18. Höskuldur og Eyvindur leggja samtímis af stað hlaupandi. Höskuldur hleypur frá A til B en Eyvindur hleypur frá B til A . Þeir fara eftir sömu braut, hvor um sig á jöfnum hraða. Þeir mætast í C á milli A og B . Á því augnabliki á Höskuldur eftir 16 mínútna hlaup að B en Eyvindur á eftir 25 mínútna hlaup að A . Hvert er hlutfall hraða þeirra?

Svar: _____

19. Fimm stafa tala $a679b$ (skrifuð í tugakerfinu) hefur tvo óþekkta tölustafi, a og b . Finnið þessa fimm stafa tölu ef gefið er að hún er deilanleg með 72.

Svar: _____

20. Hvað hefur jafnan $((x^2 - 2)^2 - 5)^2 = 1$ margar ólíkar rauntölulausnir?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Gólfíð í rétthyrndu herbergi er flísalagt með ferningslaga flísunum, sem allar eru jafnstórar en í tveimur mismunandi litum. Allar flísarnar meðfram veggjunum eru rauðar, en þær sem ekki liggja að vegg eru allar hvítar. Ef það eru jafnmargar rauðar og hvítar flísar, hversu margar eru flísarnar samtals? Finnið öll möguleg svör.

22. Flatarmál rétthyrnings $ABCD$ er 30. Punktarnir E og F eru valdir á hornalínunni AC þannig að

$$2(AE + FC) = 3EF.$$

Hvert er flatarmál þríhyrningsins BEF ?

