

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2018–2019 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

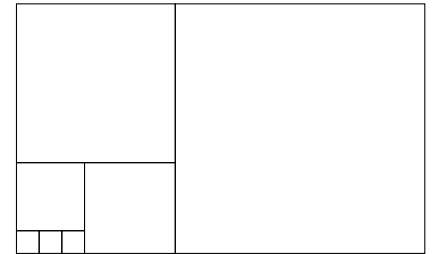
Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Rétthyrningurinn á myndinni er samsettur úr ferningum af mismunandi stærðum. Minnstu ferningarnir eru hver um sig með flatarmálið 1. Hvert er flatarmál stærsta ferningsins?

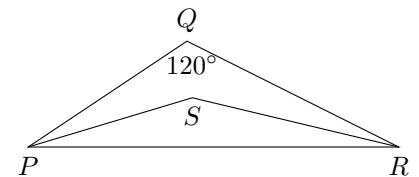


- 81 100 110 121

2. Einföldun á stæðunni $x - (2y + x) - 2(3x - 5y + 3y)$ gefur

- $-6x + 2y$ $-6x + 14y$ $-4x - 6y$ $-4x + 14y$ $-2x + 4y$

3. Á myndinni er þríhyrningur PQR með $\angle PQR = 120^\circ$. Einnig er $\angle QPS = \angle RPS$ og $\angle QRS = \angle PRS$. Hver er stærð $\angle PSR$?

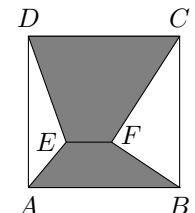


- 130° 140° 150° 160°

4. Um brotið $\frac{p}{q}$ er gefið að $3 \leq p \leq 10$ og $12 \leq q \leq 21$. Hver er mismunurinn á hæsta og lágsta mögulega gildi brotsins?

- $\frac{19}{84}$ $\frac{19}{70}$ $\frac{29}{42}$ $\frac{19}{12}$

5. Ferningur $ABCD$ hefur hliðarlengd 3 m. Punktarnir E og F eru staðsettir innan ferningsins. Um strikið EF gildir að það er 1 m að lengd og er samsíða hliðunum AB og CD . Hvert er flatarmál skyggða svæðisins, mælt í fermetrum?

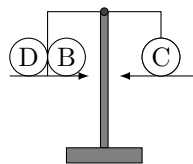
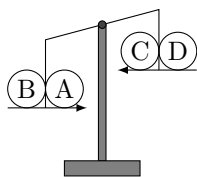


- 5 $\frac{11}{2}$ 6 $\frac{13}{2}$

6. Elísabet hefur lokið $\frac{2}{3}$ af daglegu morgunhlaupi sínu. Ef hún hleypur $\frac{1}{2}$ km í viðbót þá hefur hún lokið $\frac{3}{4}$ af hlaupinu. Hversu langt er daglegt morgunhlaup Elísabetar?

 4 km 5 km 6 km 7 km

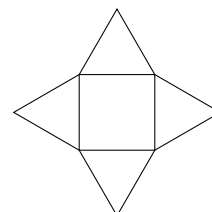
7. Fjórar kúlur A, B, C og D eru af sömu stærð en mismunandi þyngd. Þær vega 10, 20, 30 og 40 grömm, ekki endilega í þessari röð. Hvaða kúla vegur 30 grömm?

 A B C D

8. Tvær hliðar þríhyrnings eru 5 og 8 að lengd. Lengd þriðju hliðar þríhyrningsins er einnig heiltala. Hversu mörg gildi koma til greina fyrir þriðju hliðina?

 7 8 9 10

9. Stjarna er samsett úr ferningi og fjórum jafnhliða þríhyrningum. Ummál ferningsins er 36 cm. Hvert er ummál stjörnuunnar?

 72 cm 90 cm 104 cm 120 cm

10. Alexandra sendir mynd til fimm vina sinna á mánudegi. Þau sem fá myndina senda hana til tveggja vina sinna daginn eftir. Þau sem fá myndina þann daginn senda hana til tveggja vina sinna daginn eftir og svo koll af kolli. Enginn fær myndina tvisvar. Hvaða vikudag er fjöldi þeirra sem fengið hafa myndina, að Alexöndru meðtalinni, meiri en 75?

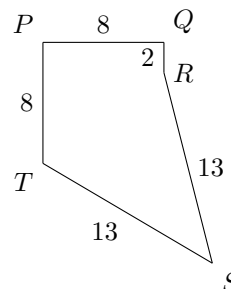
 Fimmtudag Föstudag Laugardag Sunnudag

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Um fimmhyrninginn $PQRST$ gildir að $|PQ| = 8$, $|QR| = 2$, $|RS| = 13$, $|ST| = 13$ og $|TP| = 8$. Einnig er $\angle TPQ = \angle PQR = 90^\circ$.

Hvert er flatarmál fimmhyrningsins?



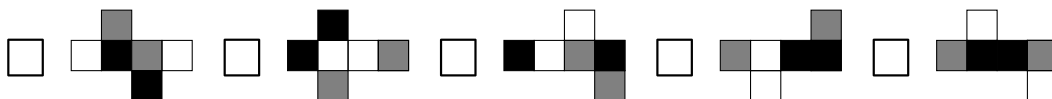
- 76 84 92 100 108

12. Á dulmáli eru táknið Υ , δ , Π , \mathfrak{D} og \mathfrak{B} notuð til að tákna tölustafina í menginu $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Ákvarðið hvaða tákn stendur fyrir töluna 3 ef gefið er að

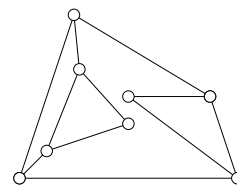
$$\Pi + \Pi = \mathfrak{B}, \quad \delta + \delta = \Pi, \quad \delta + \mathfrak{B} = \mathfrak{D}.$$

- Υ δ Π \mathfrak{D} \mathfrak{B}

13. Tinna klippir eftirfarandi myndir út og brýtur saman þannig að þær myndi teninga. Mótstæðar hliðar eiga að vera í mismunandi lit. Merkið við þann tening sem er gallaður og uppfyllir ekki þetta skilyrði.

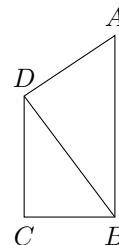


14. Á myndinni sjást ljósaperur og snúrur milli þeirra. Með því að snerta peru þá kviknar á henni og öllum næstu nágörnum hennar. Hver er minnsti fjöldi pera sem þarf að snerta til að kveikja á öllum perunum á myndinni?



- 2 3 4 5 6

15. Í trapisu $ABCD$ er $\angle ABC = 90^\circ$, AB er samsíða CD og hornalínan BD er hornrétt á hliðina AD . Ef $|BC| = 3$ og $|BD| = 5$, hvert er þá flatarmál trapisunnar?



- 15 $\frac{123}{8}$ 30 $\frac{1107}{32}$ 45

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Gefið er að $\frac{1}{x} = 2$ og $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 3$. Hver er þá summan $x + y$?

Svar: _____

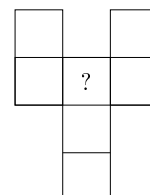
17. Um þrjá einstaklinga A , B og C er eftirfarandi vitað:

- (i) Ef A er ekki sekur þá eru B og C báðir sekir.
- (ii) Annað hvort er A ekki sekur eða B er sekur.
- (iii) Annað hvort er B ekki sekur eða C er ekki sekur.

Segið til um hver, ef einhver þessara þriggja, er saklaus.

Svar: _____

18. Leó ætlar að rita heilu tölurnar, frá og með 1 til og með 7, í reitina hér til hægri þannig að engir tveir reitir sem liggja horn í horn eða eiga sameiginlega hlið innihaldi tölur sem eru samliggjandi. Hvaða tölu(r) má rita í merкта reitinn?

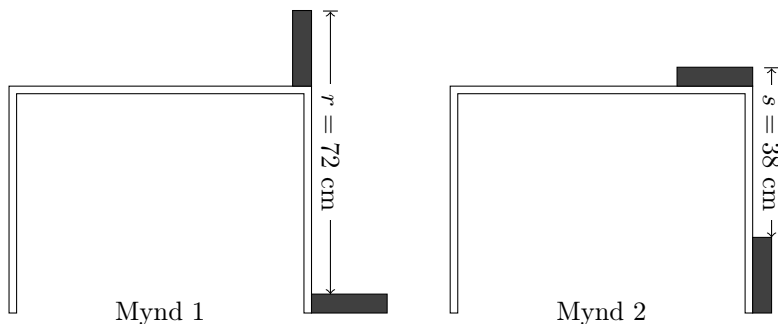


Svar: _____

19. Ef $2a = 3b + 5$, hvert er þá gildið á $\frac{4^a}{8^b}$?

Svar: _____

20. Tveimur eins múrsteinum er stillt upp á og við borð eins og sýnt er á mynd 1. Hæðin r mælist 72 cm. Á mynd 2 sjást sama borð og sömu múrsteinar en nú er uppstillingin önnur og mælist hæðin s aðeins 38 cm. Hversu hátt er borðið?



Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Talan $101^4 - 1$ er deilanleg með fimm mismunandi frumtölum (prímtölum). Finnið fjórar þeirra.

22. Þríhyrningurinn ABC er rétthyrndur með $\angle A = 90^\circ$, hliðar $b = 60$, $c = 80$ og $a = 100$. D er staðsettur á hliðinni a þannig að þríhyrningarnir ABD og ADC hafa sama ummál. Finnið lengd hliðarinnar AD .

