

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2016–2017 Efra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_ Póstnúmer: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.  3.  4.

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þremur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Nonni raðar málningardósum í hillu með 16 tómunum hólfum þannig að jafnmargar dósir fara í hvert hólf. Yfirmaður byggingarvörudeildar biður Nonna að taka dósirnar úr fjórum hólfanna og dreifa þeim jafnt á hin hólf. Við það fær hvert hólf 5 dósir til viðbótar. Hversu margar dósir eru í hillunni?

80                       128                       180                       240

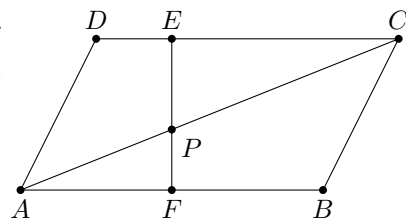
2. Hvert er flatarmál fernings, mælt í fersentímetrum, ef hornalínan hefur lengdina  $x + y$  cm?

$(x + y)^2$                         $x^2 + y^2$                         $\frac{1}{2}(x + y)^2$                         $2x + 2y$

3. Í bæ nokkrum búa hrappar sem alltaf ljúga og heiðursmenn sem alltaf segja satt. Bæjarbúar vita vel hver tilheyrir hvorum hópnum en sama máli gegnir ekki um aðkomumenn. Jónatan var nýkominn til bæjarins og hitti á bæjartorginu sjö manns sem sátu við hringborð. Jónatan spurði hvort hrappar sætu við borðið og gall þá í einum „Ég sit milli tveggja hrappa!“. Í kjölfarið sagði hver hinna sem við borðið sátu „Ég sit líka milli tveggja hrappa!“ Hversu margir hrappar sátu við borðið?

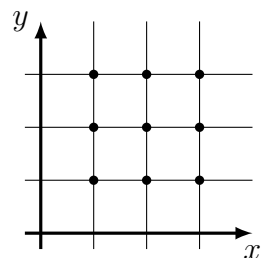
3                       4                       5                       Ekki hægt að segja til um það

4. Í samsíðungi  $ABCD$  er  $DE : EC = 1 : 3$ .  $F$  er miðpunktur  $AB$  og  $EF$  sker  $AC$  í punkti  $P$ . Hvert er hlutfallið  $AP : PC$ ?



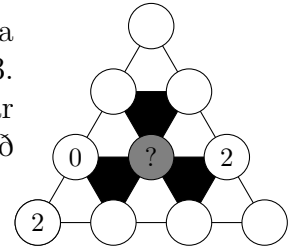
1 : 3                       2 : 3                       2 : 5                       3 : 4

5. Hversu margir fleygbogar  $y = ax^2 + bx + c$ , með  $a \neq 0$ , fara í gegnum minnst þrjá af punktunum níu á myndinni?



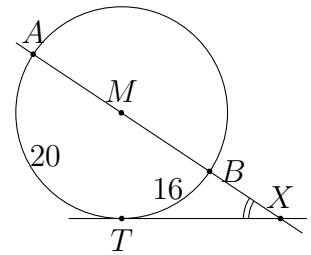
8                       12                       20                       22

6. Ríta skal tölurnar 0,1 eða 2 í hvern þessara hringa. Summa hverra þriggja hornpunkta hvíttra þríhyrninga skal vera deilanleg með 3. Summa hverra þriggja hornpunkta svartra þríhyrninga á hins vegar ekki að vera deilanleg með þremur. Hvaða tala eða tölur geta passað í hringinn í miðjunni?



- bara 0       bara 1       bara 2       0 eða 1

7. Lína  $AB$  liggur gegnum  $M$ , miðpunkt hring. Snertill við hringinn í punkti  $T$  sker línuna  $AB$  í punktinum  $X$ . Boginn  $AT$  er 20 cm langur og boginn  $TB$  er 16 cm langur (myndin er ekki í réttum hlutföllum). Hversu stórt er hornið  $\angle AXT$ ?

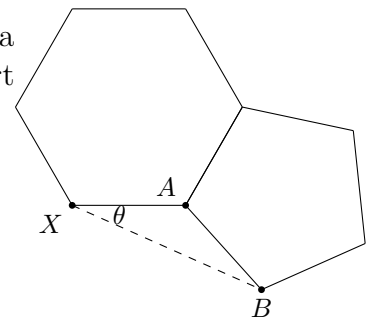


- $10^\circ$         $15^\circ$         $18^\circ$         $36^\circ$

8. Úrið hennar Regínu er 10 mínútum of seint en Regína heldur að það sé 5 mínútum of fljótt. Úrið hans Jóa er 5 mínútum of fljótt en hann heldur að það sé 10 mínútum of seint. Hvað heldur Jóa að klukkan sé þegar Regína heldur að klukkan sé 12?

- 11:30       11:45       12:00       12:30

9. Reglulegur sexhyrningur og reglulegur fimmhyrningur eiga eina sameiginlega hlið eins og sést á myndinni. Hversu stórt er hornið  $\theta = \angle AXB$ ?



- $15^\circ$         $20^\circ$         $24^\circ$         $30^\circ$

10. Úr tölustöfunum  $1, 2, \dots, 9$  eru myndaðar þrjár þriggja stafa tölur (hvern tölustaf má nota aðeins einu sinni). Hver eftirtalinna talna er þá örugglega ekki summa talnanna þriggja?

- 1500       1503       1512       1521

## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

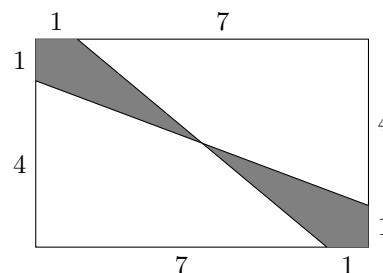
11. Gutti finnur gamlan reikning fyrir 72 eins stílabókum en einungis þrír tölustafir í miðju fimm stafa upphæðarinnar eru læsilegir: 339 Hvaða upphæð stóð á reikningnum?

Svar: \_\_\_\_\_

12. Talnarunan  $1, 3, 6, 10, 15, \dots$  er þannig að bilið milli aðliggjandi talna lengist alltaf um 1. Hver er sextugasta og þriðja talan í rununni?

Svar: \_\_\_\_\_

13. Rétthyrningur hefur hliðarlengdir 5 m og 8 m. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins á myndinni, mælt í fermetrum?

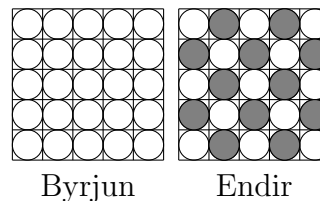


Svar: \_\_\_\_\_

14.  $AB$  og  $CD$  eru strengir í hring.  $AB$  hefur lengdina 12.  $CD$  sker  $AB$  í punkti  $M$  sem skiptir  $AB$  í tvo jafna hluta. Hver er lengd  $CD$  ef vitað er að lengd  $DM$  er jöfn fjórfaldri lengd  $CM$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

15. Á  $5 \times 5$  spilaborði liggja steinar sem eru hvítir á annarri hliðinni og svartir á hinn. Í upphafi snúa hvítu hliðarnar upp. Í hverjum leik skal snúa við þremur aðliggjandi steinum sem liggja í sömu línu eða sama dálki. Hver er minnstur fjöldi leikja sem gefur köflótta mynstrið sem hér sést?



Svar: \_\_\_\_\_

## Priðji hluti

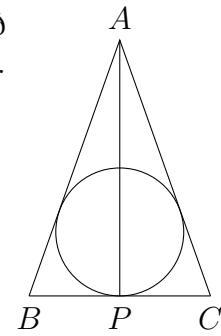
Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

**16.** Kári Lyng var allvel stæður þegar hann féll frá. Hann lét börnunum sínum sex eftir drjúgan arf en setti sérstök skilyrði fyrir skiptingu hans.

- Bjarni átti að fá tvöfalt á við Ása.
- Davíð átti að fá þrefalt á við Ása.
- Erla átti að fá helming af því sem Fríða fengi.
- Gréta átti að fá þriðjung af því sem Fríða fengi.
- Samtals áttu bræðurnir þrír að fá jafnmikið og systurnar þrjár.
- Bjarni átti að fá 8 milljónum meira en Erla.

Hver var upphæðin sem Kári Lyng lét eftir sig?

17. Hringur er innritaður í jafnarma þríhyrning  $ABC$ . Strikið  $AP$  fer í gegnum miðju hringins,  $AC = AB = 12$  og  $BP = 4$ . Hver er radíus hringins?



18. Sýnið að 2017 gangi upp í summuna  $1^{2015} + 2^{2015} + 3^{2015} + \dots + 2016^{2015}$ .

19. Sýnið að fyrir sérhverja jákvæða heiltölu  $n$  sé hægt að búa til hóp fólks þannig að fjöldi möguleika til að velja tvo einstaklinga af sama kyni sé  $n$  fleiri en fjöldi möguleika til að velja tvo einstaklinga af gagnstæðu kyni.